Задача

К потолку вагона, движущегося в горизонтальном направлении с ускорением 5 м/с^2, на нити подвешено небольшое тело. Определить угол отклонения нити от вертикали и массу тела, если сила натяжения нити равна 1 Н, а тело покоится относительно вагона. Задачу решить в системе отсчета, связанной с вагоном.

Дано:

a = 2 м/с^2

T= 1 Н

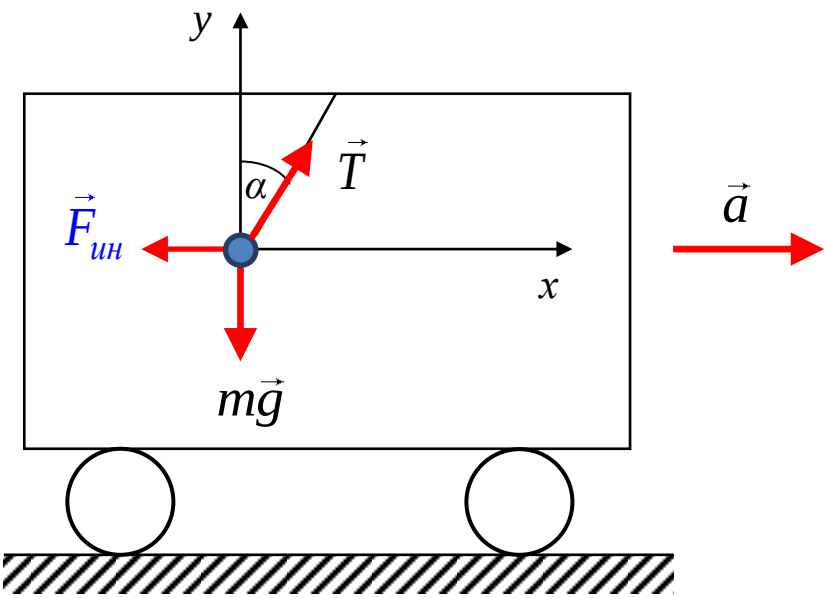
α – ?

m – ?

Решение:

Системы отсчета, движущиеся относительно инерциальной системы с ускорением, называются неинерциальными системами отсчета (неИСО). Свяжем с вагоном такую неИСО.

На тело, подвешенное на нити, действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$ (см. рис.).



Относительно неИСО тело покоится, что возможно, если сумма сил $m\vec{g}+\vec{T}$ уравновешивается равной и противоположно направленной ей силой инерции $\vec{F}_{ин}$, так как на тело никакие другие силы не действуют.

Если учесть силу инерции, то второй закон Ньютона будет справедлив для любой системы отсчета: произведение массы тела на ускорение в рассматриваемой системе отсчета (в данном случае оно равно нулю) равно сумме всех сил, действующих на данное тело (включая силу инерции):

$$0 = \vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_{ин}. \quad (1)$$

При поступательном движении неИСО сила инерции, действующая на тело массы m, определяется по формуле:

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}. \quad (2)$$

С учетом (2) уравнение (1) будет иметь вид:

$$0 = \vec{T} + m\vec{g} - m\vec{a}. \quad (3)$$

Направим ось Ox горизонтально вдоль направления движения (см. рис.), а ось Oy– вертикально вверх. Возьмем проекции векторов, входящих в уравнение (3), на координатные оси, и получим систему уравнений:

$$\begin{cases} -ma + T\sin\alpha = 0 \\ T\cos\alpha - mg = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Решим систему уравнений. Исключив из них силу натяжения нити, получим:

$$tg\alpha = \frac{a}{g}, \quad (5)$$

откуда

$$\alpha = arctg\frac{a}{g}. \quad (6)$$

Производим подстановку данных задачи и расчет:

$$\alpha = arctg\frac{a}{g} = arctg\frac{5}{9{,}8} = arctg\,0{,}51 = 27^{\circ}.$$

Подставим найденное значение угла в любое уравнение системы (4), например, в первое, и найдем массу тела:

$$m = \frac{T \sin \alpha}{a} \qquad (7)$$

Производим подстановку данных задачи и расчет:

$$m = \frac{1 \cdot \sin 27^{\circ}}{5} = 0,091\,(\text{кг}).$$

Ответ: угол отклонения нити от вертикали равен 27º; масса тела равна 0,091 кг (91 г).